

# Nachhaltige Kosteneffizienz in der Praxis

In allen wirtschaftlichen Situationen müssen Entscheidungen getroffen werden. Viele dieser Entscheide können und werden aus der Erfahrung und «dem Gefühl» heraus gefällt. Bei manchen, etwas komplexeren Problemen ist aber eine fundierte und quantitative Analyse zur Entscheidungsfindung unerlässlich. Das Operations Research (OR), ein Teilgebiet der angewandten Mathematik, ist eine wissenschaftliche Methode, welche sich mit der Analyse und Lösung von Entscheidungsproblemen befasst. Die Methoden, die in diesem Teilgebiet seit über 50 Jahren entwickelt wurden, finden sich heute in immer mehr Bereichen des Wirtschaftens wieder. Der Grund liegt auf der Hand: In vielen Bereichen können durch ein sorgfältiges, quantitatives Management der Kostenstruktur bis zu 20% der Ressourcen eingespart werden, dies bei gleichbleibendem Output.

Wir wollen an Hand von drei Praxisbeispielen einen Einblick geben, wie Entscheide in der Praxis mit Hilfe der OR-Methoden beeinflusst und verbessert werden können. Damit der Entscheidungsträger eine quantitative Entscheidung fällen kann, braucht er möglichst exakte Informationen.

Das erste Beispiel behandelt ein existierendes Problem in der Verschnittplanung: Wie sollen aus grösseren Rechtecken von Materialplatten (z. B. Metall, Glas, Holz) kleinere Stücke ausgeschnitten werden, um den Abfall zu minimieren.

Das zweite Beispiel ist ein typisches Produktionsproblem: Wann und wie viel soll bei gegebener Nachfrage produziert werden? Lohnt es sich die Ware zu lagern oder soll just-in-time produziert werden auf die Gefahr hin, dass die Kapazität unter Umständen nicht ausreicht?

Das dritte Beispiel besteht darin, den Arbeitsinsatz von Mitarbeitern optimal zu planen (sogenanntes «Rostering»).

Die drei Beispiele werden nachfolgend zuerst nochmals kurz ausformuliert werden. Dann wird schematisch aufgezeigt, wie diese Probleme mit Hilfe von systematischen Methoden aus dem OR optimal beantwortet werden.

**Problem 1:** Ein Kunde hat bei einer Verschnittfirma eine grössere Bestellung von rechteckigen Stücken aus Karton aufgegeben. Der Kunde braucht insgesamt 8 unterschiedliche Grössen: 20 000 Stück à 24x33 cm, 15 000 Stück à 36x80 cm, 10 000 Stück à 29x100 cm, 5 000 Stück à 39x103 cm,

5 000 Stück à 39x93 cm, 5 000 Stück à 19x75 cm, 15 000 Stück à 29x68 cm und 15 000 Stück à 19x29 cm. Die Verschnittfirma muss aus ihren grossen Kartonrollen mit Breiten von 152 cm, 122 cm, und 102 cm die Rechtecke ausschneiden. Welches ist die beste Möglichkeit den Abfall zu minimieren?

Es ist völlig aussichtslos, dieses Problem «aus dem Bauch heraus» lösen zu wollen. Hier muss unter Einsatz von mathematischen Methoden und mit Hilfe des Computers gerechnet werden! Aus produktionstechnischen Gründen müssen aus den Rollen zuerst grössere Kartonblätter abgeschnitten werden, aus denen dann die nachgefragten Blätter auszuschneiden sind (siehe Abbildung 1).

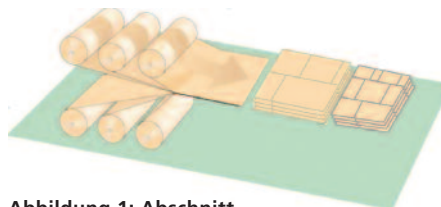


Abbildung 1: Abschnitt und Verschnitt der Rollen

Das Problem kann in zwei Fragestellungen zerlegt werden: (1) Aus welchen Rollen sollen wie lange Blätter abgeschnitten werden? (2) Wie sollen die nachgefragten Rechtecke aus den abgeschnittenen Blättern ausgestanzt werden, damit der Abfall möglichst klein ist? (siehe Abbildung 2)

Um die erste Frage zu beantworten, müssen wir zuerst die vorhandenen Daten genau erfassen. Dazu gehören die verschiedenen Rollenbreiten, Anzahl der auszuschneidenden Rechtecke, usw. Der zweite wichtige Schritt besteht nun darin, die Problemstellung als mathematisches Modell abzubilden. Dies ist im allgemeinen anspruchsvoll und verlangt eine

eigene Kompetenz, die darin besteht, das Problem erstens zu verstehen und dieses zweitens in Mathematik und in ein Computerprogramm zu «übersetzen».

Abbildung 2 zeigt ein Beispiel wie 4 Stücke von 24x33 cm (1), und 5 Stücke von 36x80 cm (2), und ein Stück von 19x75cm (7) optimal aus einem Blatt der Grösse 128x156 cm ausgeschnitten werden können.

Dieser schwierige Schritt lohnt sich, weil dieselbe mathematische Logik später dann immer wieder auf unterschiedliche Fragestellungen mit veränderten Daten angewendet werden kann. Für unser Beispiel ist die gesamte Problemstellung im «Computerprogramm» in (Abbildung 3) dargestellt. Dieses kompakte Programm zusammen mit den Ausgangsdaten und einigen Anweisungen über die Ausgabe der Resultate fasst die gesamte mathematische Logik der Frage 1 zusammen.

Die Lösung im Internet ([http:// diuflx71.unifr.ch/ lpl/GetModel?name=/stripcut](http://diuflx71.unifr.ch/lpl/GetModel?name=/stripcut)) zu diesem ersten Problem zeigt beispielsweise, dass 1000 Blätter der Grösse 128x152 cm aus einer

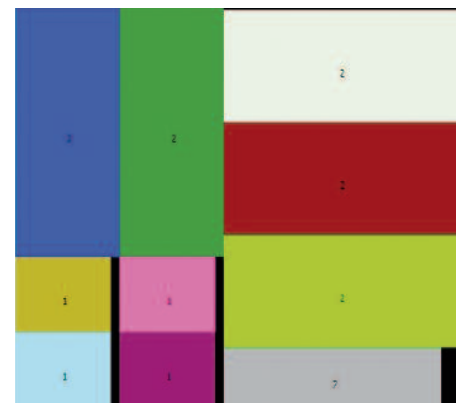


Abbildung 2: Optimale Lösung beim Ausschneiden aus einem Blatt der Grösse 128x152 cm

```

MODEL Verschnitt;
SET n; p;
PARAMETER B{n}; w{n}; h{n}; W{p}; H{p}; waste{p}; a{p,n};

-- ....lese Daten aus Tabellen ein ....

INTEGER VARIABLE x{p} [0,20000];
PP{n} [0,1000000];
NN{n} [0,1000000];

MINIMIZE obj: SUM{n} 100000*(NN+PP) + SUM{p} waste*x;
CONSTRAINT AA{n}: SUM{p} a*x - PP + NN = B;
          BB{p}: x<=0 or x>=1000 "Only allow patterns with x>=500" ;

-- .... Ausgabe der Resultate ....
END
    
```

Abbildung 3: Dieses Computerprogramm löst unsere Frage 1

Rolle mit der Breite 152 cm abzuschneiden sind, aus denen dann 4000 Rechtecke à 24x33 cm, 5000 Rechtecke à 36x80 cm, und 1000 Rechtecke à 19x75 cm auszuschneiden sind. Die Lösung zeigt, dass dies mit einem prozentualen Abfallanteil von 1.26% zu bewerkstelligen ist.

**Problem 2:** Eine Firma produziert unter anderem Hightech Fahrräder, deren Nachfrage für die nächsten Monate von Januar bis August auf je 400, 400, 800, 800, 1200, 1200, 1200 und im August auf 1200 Stück geschätzt wird. Es muss entschieden werden, wann zu produzieren ist: Sollen alle Fahrräder auf Vorrat produziert werden, dann fallen Lagerkosten an (5 Geld-Einheiten pro Stück), oder soll jeden Monat die nachgefragte Menge produziert werden, dann fallen auf Grund der Umstellung der Produktionsanlage in jedem Monat hohe Umrüstkosten (5000 Einheiten) an (Anfangsbestand ist 200 Fahrräder und die Produktionskosten eines Fahrrads betragen 100 Einheiten)?

Es handelt sich hier um ein einfacheres Produktionsproblem (siehe Abbildung 4 – Beispiel einer Logistikkette in der Produktion). Trotzdem ist das Resultat nicht im voraus klar. Zunächst müssen die Daten wiederum gesammelt und konsistent aufbereitet werden: geschätzte Nachfrage, Einheitskosten, usw. Auch wenn die Nachfrage nicht genau bekannt ist, können wir mit geschätzten Daten arbeiten. Im nachhinein kann man dann mit verschiedenen Nachfragegrößen das Problem «durchspielen», um verlässliche statistische Resultate zu erhalten. Auch hier wird die gesamte Logik des Produktionsmodells in eine kompakte mathematische Form gebracht. Dieses kann wiederum in eine «Computersprache» codiert werden, welche dann auf einem Rechner wie ein Programm ausgeführt wird (siehe Abbildung 5). Natürlich braucht das Codieren eines solchen Problems Programmierkenntnis und ein mathematisches Verständnis und es mag

```

MODEL Produktionsplanung;
set t alias k;
parameter q:=5000; p:=100; Sini:=200; h:=5;
d{t} := /Jan 400 Feb 400 Mar 800 Apr 800
      May 1200 Jun 1200 Jul 1200 Aug 1200/;
variable x{t}; s{t}; binary y{t};
constraint
dem_sat{t}: if(t=1,Sini,s[t-1]) + x[t] = d[t] + s[t];
endStock: s[#t]=0;
vub{t}: x[t] <= (sum{k|k>=t} d[k])*y[t];
minimize cost: sum{t} (p*x[t] + q*y[t] +
if(t<#t,h,h/2)*s[t]);

-- .... Ausgabe der Resultate ....

END
    
```

Abbildung 5: Dieses Computerprogramm löst das Problem 2

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul
Aug Nachfrage	400	400	800	800	1200	1200	1200
1200 Produktion	600	0	1600	0	1200	1200	1200
1200 Lager	400	0	800	0	0	0	0
0							
Produ.kosten	60000	0	160000	0	120000	120000	120000
120000							
Lager.kosten	2000	0	4000	0	0	0	0
0							
Setup.kosten	5000	0	5000	0	5000	5000	5000
5000							
<b>Total Kosten:</b>	<b>736000</b>						

Abbildung 6: Die optimale, da kosten-minimierte Lösung zu Problem 2

für den Laien nicht nachvollziehbar sein. Es zeigt aber, wie kompakt ein solches Problem in der Mathematik beschrieben werden kann.

Die Lösung im Internet (<http://diuflx71.unifr.ch/lpl/GetModel?name=/tiny0>) zu diesem zweiten Problem zeigt, in welchen Monaten das Produzieren bzw. in welchen Monaten eher das Lagern kostensparend ist (siehe auch die Lösung in Abbildung 6).

Die Lösung zeigt (Gesamtkosten 736 000 Einheiten), dass ausser in den Monaten Februar und April kein Produktionslos hergestellt wer-

den soll; ein eher überraschendes Resultat. Würde man nämlich ohne Lager produzieren, so wären 700 000 Einheiten für die Produktion und  $8 \times 5000 = 40 000$  Einheiten Setup-Kosten aufzuwenden, total also 740 000 Einheiten. Würde man andererseits die gesamte geschätzte Nachfrage im Januar auf Vorrat produzieren, so würden 700 000 Einheiten an Produktionskosten sowie 154 000 Einheiten an Lagerkosten, und einmalige Setup-Kosten im Januar von 5000 Einheiten anfallen, total 859 000 Geldeinheiten.

**Problem 3:** Eine neugegründete Firma möchte einen Pikett-Dienst von Elektromonteuren eröffnen. Verträge mit andern Firmen für deren Einsatz bestehen bereits, daraus resultiert, dass jeweils am Montag 14 Monteure gebraucht werden, am Dienstag sind es 12, am Mittwoch 18, am Donnerstag 16, am Freitag 15, am Samstag 16, und am Sonntag 19 Monteure. Wieviele Monteure muss die Firma insgesamt fix einstellen, die je an 5 aufeinanderfolgenden Tagen arbeiten, damit der Bedarf gedeckt werden kann?

Arbeitseinsatzpläne von nur wenigen Mitarbeitern sind relativ einfach zu erstellen. Sobald es sich aber um den Einsatzplan von Hunderten von Mitarbeitern mit all ihren Ferienwünschen und Qualifikationen handelt, haben wir



Abbildung 4: Beispiel einer Logistikkette

es mit extrem schwierigen Problemen zu tun, die ohne Einsatz von mathematischen Methoden und Computerrechenpower nicht mehr effizient gelöst werden können. Obwohl es sich bei unserem Beispiel um ein eher einfacheres Problem handelt, ist das Resultat alles andere als einsichtig. Bevor Sie die Lösung konsultieren, schätzen Sie doch mal aus den vorhandenen Angaben, wie viele Monteure Sie fix anstellen würden! Gewiss, 19 müssten es sein, denn am Sonntag braucht man ja diese Anzahl! Aber diese 19 arbeiten nur an 5 aufeinanderfolgenden Tagen, zum Beispiel von Sonntag bis Donnerstag. Aber dann bräuchten wir noch 16 weitere, die dann zum Beispiel von Dienstag bis Samstag arbeiten. Aber müssen wir wirklich  $19+16 = 35$  Monteure fix anstellen, um den Bedarf zu decken? Wahrscheinlich nicht. Aber wie viele dann? Auskunft gibt uns wiederum ein mathematisches Programm. Dazu führen wir 7 Dienstpläne ein: Plan1: Montag bis Freitag, Plan2: Dienstag bis Samstag, Plan3: Mittwoch bis Sonntag, usw. In jedem Dienstplan haben nun eine bestimmte unbekannt Anzahl Monteure zu arbeiten. Zum Beispiel müssen im Plan1, Plan4, Plan5, Plan6 und Plan7 (alle enthalten den Montag als Arbeitstag!) zusammen mindestens 14 Monteure arbeiten, um die Nachfrage am Montag zu decken. Für die anderen Tage ergeben sich ähnliche Bedingungen. Aus diesen Überlegungen können wir auch hier ein Modell konzipieren, welches das Problem in mathematischer Form darstellt,

```

MODEL Dienstplaene;
SET i "Wochentage"; j "Dienste";
PARAMETER r{i} "Bedarf an Monteuren";
          R{i,j} "Dienstplaene";
READ FROM 'plaene2.dat' '%1:Tabelle': ROW{i} (i,r);
READ '%2' : COL{j} j, ROW{i} (i, COL{j} R);
INTEGER VARIABLE x{j} "Anzahl Monteure";
CONSTRAINT re{i} "Bedarf decken" : SUM{j|R} x >= r;
MINIMIZE obj "Minimiere die Anzahl Monteure" : SUM{j} x;

-- .... Ausgabe der Resultate ....

END

```

Abbildung 7: Dieses Computerprogramm löst das Problem 3

d.h. in einer Computersprache kodiert (Abbildung 7).

Die Lösung (<http://diuflx71.unifr.ch/lpl/GetModel?name=/plaene1>) ist doch eher überraschend: Es braucht nicht mehr als 22 Monteure: 3 im Dienstplan 1, 8 im Dienstplan 3, 2 im Dienstplan 4 und 5, 4 im Dienstplan 6, und 3 im Dienstplan 7. Eine einfache Nachprüfung dieser Ergebnisse genügt, um sich vom Resultat zu überzeugen.

Bei solch einfacheren Problemen kann unter Umständen die beste Lösung auch noch «von Hand» und ohne Einsatz von komplizierten mathematischen Modellen gefunden werden. Für komplexere Probleme kann aber der Einsatz von Methoden aus dem Operations Research – angesichts des anhaltenden Kosten-

drucks – überlebenswichtig für eine Unternehmung sein. Erfahrungen zeigen, dass durch den Einsatz solcher quantitativer Methoden in der Produktionsplanung bis zu 20% der Kosten eingespart werden können. Es lohnt sich also, vermehrt auf solche Kompetenzen zurückzugreifen. Natürlich können auch andere Fragestellungen durch analytische Methoden des OR gelöst werden. Bei einer gewissen Unternehmensgrösse ist ein solches Vorgehen sogar notwendig.

**Angaben zum Autor:**

PD Dr. Tony Hürlimann ist seit 1985 wissenschaftlicher Mitarbeiter und Dozent am Departement für Informatik der Universität Freiburg (Schweiz) und Inhaber der im Jahr 2004 gegründeten Firma Virtual Optima ([www.virtual-optima.com](http://www.virtual-optima.com)).

## Réduction effective des coûts dans la pratique

Dans toutes les situations économiques on doit prendre des décisions. Beaucoup de décisions peuvent être prises au «pifomètre». Avec des problèmes plus complexes, il est par contre indispensable de faire une analyse approfondie et quantitative pour prendre une bonne décision. La recherche opérationnelle (RO), une branche de la mathématique appliquée, est une méthode scientifique qui s'occupe des analyses et des solutions des problèmes de décision. Les méthodes qui se sont développées dans ce domaine depuis 50 ans trouvent actuellement de plus en plus d'applications dans l'économie. La raison en est évidente; dans beaucoup de domaines, on peut, par l'analyse soignée et quantitative, épargner jusqu'à 20%

des ressources tout en maintenant une production identique. A l'aide de 3 exemples, nous allons essayer de vous faire comprendre comment les méthodes de recherche opérationnelle influencent et améliorent fondamentalement les décisions dans la pratique.

Le premier exemple traite de la planification des découpes: comment des grands rectangles de plaques de matériel (verre, bois, métal) peuvent être découpés en pièces plus petites afin que les déchets soient réduits au minimum. Le deuxième exemple est un problème typique de production: quand et combien devrait-on produire avec une demande donnée? Est-ce

que ça vaut la peine de stocker la marchandise ou plutôt de produire «just-in-time» en prenant le risque de se retrouver «hors stock»? Le troisième exemple traite la planification optimale du temps de travail des collaborateurs. Pour tous ces exemples, on a d'abord une brève formulation. Ensuite, on démontrera schématiquement, à l'aide des méthodes systématiques de recherche opérationnelle, comment ces problèmes peuvent être traduits en langage mathématique et résolu de manière optimale.

Problème 1: Un client fait une grande commande auprès d'une entreprise de découpe qui consiste à obtenir des feuilles rectangulaires en carton de la manière suivante:

20 000 pièces de 24x33 cm, 15 000 pièces de 36x80 cm, 10 000 pièces de 29x100 cm, 5000 pièces de 39x103 cm, 5000 pièces de 39x93 cm, 5000 pièces de 19x75 cm, 15 000 pièces de 29x68 cm, et 15 000 pièces de 19x29 cm. L'entreprise de découpe doit maintenant, à partir de ses grands rouleaux de carton d'une largeur de 152 cm, 122 cm et 102 cm, couper ses rectangles de façon à minimiser les déchets.

Il est absolument impossible de pouvoir résoudre ce problème au «pifomètre». Les méthodes mathématiques sont indispensables pour formuler ce problème et l'ordinateur est nécessaire pour le calcul.

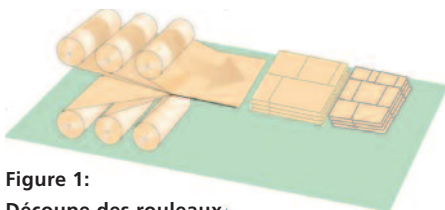


Figure 1: Découpe des rouleaux

Pour des raisons techniques, les rouleaux doivent d'abord être découpés en plusieurs grandes feuilles qui ensuite sont détaillées aux dimensions demandées (voir Figure 1). Le problème peut être séparé en deux questions: (1) Quels rouleaux utiliser et à quelle longueur il faut couper les grandes feuilles? (2) Comment les pièces demandées sont ensuite détaillées à partir de ces grandes feuilles afin de minimiser les déchets. Nous allons, de manière exemplaire, répondre à la première question. La deuxième question est traitée de manière semblable: la figure 2 montre comment détailler 4 pièces de 24x33 cm, 5 pièces de 36x80 cm et une pièce de 19x75 cm à partir d'une feuille de 128 x 156 cm.

Pour répondre à la première question, nous allons d'abord enregistrer les données du problème. Celles-ci consistent en la largeur des rouleaux, le nombre des rectangles demandés,

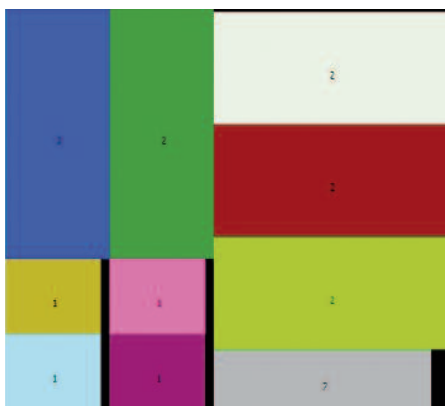


Figure 2: Découpe d'une feuille de grandeur 128x152 cm

etc. Ensuite, la logique du problème doit être représentée en modèle mathématique. Cette étape est généralement assez laborieuse et demande une certaine compétence qui consiste d'abord à comprendre le problème et ensuite à le traduire en langage mathématique et en programme d'ordinateur.

Ce pas difficile vaut la peine car la même logique mathématique peut être utilisée à plusieurs reprises pour des questions différentes et avec des données diverses. Pour notre exemple, la logique complète est représentée par «le programme d'ordinateur» de la figure 3. Ce programme compact, complété par des données de départ et quelques instructions pour afficher les résultats, rassemble toute la logique mathématique de la question 1!

La solution sur Internet (<http://diuflx71.unifr.ch/lpl/GetModel?name=/stripcut-f>) pour ce premier problème montre, par exemple, que 1000 feuilles de grandeur 128x152 cm doivent être découpées du rouleau d'une largeur de 152 cm qui produisent ensuite 4000 rectangles de 24x33 cm, 5000 rectangles de 36x80 cm, et 1000 rectangles de 19x75 cm. La solution montre que le pourcentage de déchets total est de 1,26%.

Problème 2: Une compagnie produit, entre autres, des vélos haut de gamme dont la demande pour les prochains mois de janvier à août est estimée à 400, 400, 800, 1200, 1200, 1200, 1200 et finalement 1200 pièces. On doit décider quand ces pièces doivent être produites: Est-ce qu'on produit tous les vélos à l'avance au début du mois de janvier ou bien chaque mois la quantité demandée? Dans le premier cas, on a des coûts de stockage (5 Fr. par pièce). Dans le deuxième cas, la machine de production doit être réinitialisée à chaque mois ce qui entraîne des dépenses de Fr. 5000 à chaque fois. Le stock initial est de 200 vélos et le coût de production d'un vélo est de Fr 100.

Il s'agit d'un problème de production très simple (voir Figure 4 – exemple d'une chaîne logistique). Malgré tout le résultat n'est pas gagné d'avance. Tout d'abord on doit rassembler les données: la demande estimée, coût d'unité, etc. Même si la demande n'est pas exactement connue, on peut travailler avec des données estimées car le problème peut être résolu avec des données variables pour obtenir des résultats statistiques fiables. Une fois de plus, toute la logique de ce problème peut être formulée de manière compacte et mathématique. Ensuite on codifie le modèle en langage informatique pour être exécuté sur un ordinateur (voir Figure 5).

```

MODEL Decoupe;
SET n; p;
PARAMETER B{n}; w{n}; h{n}; W{p}; H{p}; waste{p}; a{p,n};

-- ....lire des données à partir des tables ....

INTEGER VARIABLE x{p} [0,20000];
PP{n} [0,1000000];
NN{n} [0,1000000];

MINIMIZE obj: SUM{n} 100000*(NN+PP) + SUM{p} waste*x;
CONSTRAINT AA{n}: SUM{p} a*x - PP + NN = B;
BB{p}: x<=0 or x>=1000;

-- .... Afficher les resultats ....
END
    
```

Figure 3: Ce programme résout la question 1



Figure 4: Exemple d'une chaîne logistique

```

MODEL Plan_de_production;
set t alias k;
parameter q:=5000; p:=100; Sini:=200; h:=5;
d{t} := /Jan 400 Feb 400 Mar 800 Apr 800
        May 1200 Jun 1200 Jul 1200 Aug 1200/;
variable x{t}; s{t}; binary y{t};
constraint
dem_sat{t}: if(t=1,Sini,s[t-1]) + x[t] = d[t] + s[t];
endStock: s[#t]=0;
vub{t}: x[t] <= (sum{k|k>=t} d[k])*y[t];
minimize cost: sum{t} (p*x[t] + q*y[t] +
if(t<#t,h,h/2)*s[t]);

-- .... Afficher les resultats ....

END
    
```

Figure 5: Ce programme résout le problème 2

	Jan	Feb	Mar	Apr	Mai	Jun	Jul
Aug							
Demande 1200	400	400	800	800	1200	1200	1200
Production 1200	600	0	1600	0	1200	1200	1200
Stockage 0	400	0	800	0	0	0	0
Coût.produ 120000	60000	0	160000	0	120000	120000	120000
Coût.stock 0	2000	0	4000	0	0	0	0
Coût.Setup 5000	5000	0	5000	0	5000	5000	5000
Coûts totaux:	736000						

Figure 6: Solution du problème 2

La solution sur Internet (<http://diuflx71.unifr.ch/lpl/GetModel?name=/tiny0-f>) pour ce deuxième problème désigne les mois de production et les mois de stockage (voir aussi la solution en Figure 6).

La solution montre (coût total de 736 000) que dans les mois de février et mars aucun lot de production ne sera mis en route, résultat plutôt surprenant. Si on produisait par exemple sans stockage on dépenserait 700 000 pour la production et  $8 \times 5000 = 40 000$  pour la mise en route mensuelle ce qui fait un total de 740 000. Par contre, si toute la demande était produite à l'avance, on débourserait 700 000 pour la production, 154 000 pour les coûts de stockage, sans oublier la mise en route du mois de janvier de 5000 ce qui fait un total de 859 000.

**Problème 3:** Une startup aimerait ouvrir un service de piquet pour les monteurs-électriciens. Des contrats existent déjà avec d'autres firmes qui utilisent ce service de piquet de manière fixe, c'est-à-dire lundi 14 monteurs, mardi 12, mercredi 18, jeudi 16, vendredi 15, samedi 16 et dimanche 19. Combien de monteurs la startup doit engager de manière fixe de telle façon que chacun travaille 5 jours de suite?

```

MODEL Plan_de_travail;
SET i "jours"; j "plans";
PARAMETER r{i} "Demande de monteurs";
R{i,j} "Plans de travail";
READ FROM 'plaene2-f.dat' '%1:Table': ROW{i} (i,r);
READ '%2' : COL{j} j, ROW{i} (i, COL{j} R);
INTEGER VARIABLE x{j} "Nombre de monteurs";
CONSTRAINT re{i} "Satisfaire la demande" : SUM{j|R} x >= r;
MINIMIZE obj "minimiser les nombre de moteurs" : SUM{j} x;

-- .... Afficher les resultats ....

END
    
```

Figure 7: Ce programme résout le problème 3

Des plans de travail avec peu de collaborateurs sont relativement faciles à faire manuellement. Dès que les plans comprennent plusieurs centaines de collaborateurs avec leurs souhaits de vacances et leurs qualifications diverses, ce problème devient extrêmement difficile à résoudre. Bien que notre tâche soit relativement facile, le résultat est une fois de plus surprenant. Chers lecteurs, avant que vous consultiez la solution, veuillez estimer vous-mêmes combien de monteurs vous engageriez de manière fixe pour couvrir la demande. Certes au moins 19 monteurs devraient être engagés car le dimanche on en utilise 19 mais ceux-ci travaillent seulement 5 jours de suite, par exemple de dimanche à jeudi. Donc, la startup devrait engager 16 monteurs supplémentaires pour couvrir vendredi et samedi; soit un total de  $19+16=35$ .

Mais ne serait-ce pas trop? Probablement oui. Le résultat est de nouveau donné par un programme mathématique. Pour cela, on introduit 7 plans de travail. Plan 1: de lundi à vendredi, plan 2 : de mardi à samedi, plan 3: de mercredi à dimanche, etc. Dans chaque plan, on engage un certain nombre de monteurs. Par exemple, dans les plans 1, 4, 5, 6, et 7 (tous incluent le lundi!) on devrait avoir au moins 14 monteurs, pour satisfaire la demande pour lundi. Pour les autres jours, on doit formuler des conditions semblables. Ces idées nous amènent à un problème qui peut être représenté une fois de plus en notation mathématique (voir Figure 7).

Le résultat (<http://diuflx71.unifr.ch/lpl/GetModel?name=/plaene1-f>) est plutôt surprenant: La startup ne devrait engager que 22 monteurs: 3 dans le plan 1, 8 dans le plan 3, 2 dans le plan 4 et 5, 4 dans le plan 6, et 3 dans le plan 7. Une simple vérification à la main suffit pour se convaincre de ce résultat.

Ces trois problèmes sont de simples exemples, pour lesquels on pourrait éventuellement aussi trouver une solution sans un formalisme mathématique compliqué. Pour des problèmes plus complexes, l'utilisation des méthodes formelles et quantitatives de la recherche opérationnelle est indispensable. Des expériences

montrent qu'on pourrait épargner jusqu'à 20% des coûts totaux de production si on utilisait les méthodes de la recherche opérationnelle. On mentionne des chiffres semblables dans la littérature qui traite la planification de production. Donc, les entreprises ont intérêt à recourir à des personnes compétentes sachant utiliser ces méthodes formelles.

**Données de l'auteur:**  
**PD Dr. Tony Hürlimann**, depuis 1985, collaborateur scientifique et enseignant au Département d'informatique à l'Université de Fribourg (Suisse) et titulaire de l'entreprise Virtual Optima, fondée en 2004 ([www.virtual-optima.com](http://www.virtual-optima.com)).